

信号処理 第6回 解答例

- ① フィルタ 1: $y(n) = 0.8y(n-1) - 0.6y(n-2) + x(n)$ の伝達関数を求めよ。

A.

$$Y(z) = 0.8Y(z)z^{-1} - 0.6Y(z)z^{-2} + X(z)$$

$$(1 - 0.8z^{-1} + 0.6z^{-2})Y(z) = X(z)$$

$$Y(z) = \frac{1}{1 - 0.8z^{-1} + 0.6z^{-2}} X(z)$$

$$\therefore H_1(z) = \frac{1}{1 - 0.8z^{-1} + 0.6z^{-2}}$$

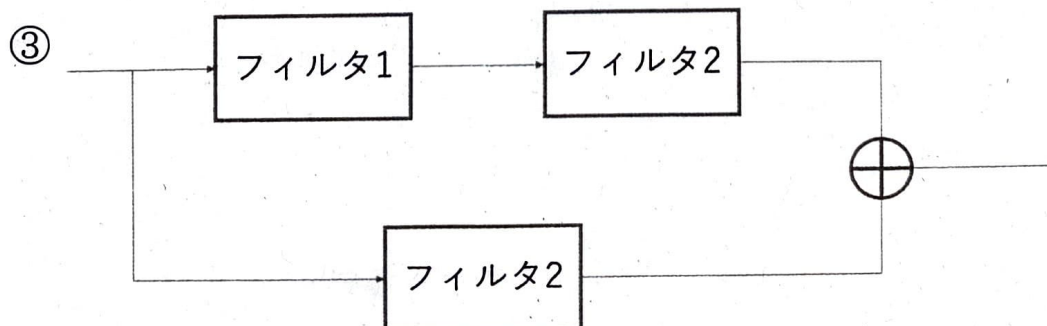
- ② フィルタ 2: $y(n) = \frac{1}{3}x(n) + \frac{1}{3}x(n-1) + \frac{1}{3}x(n-2)$ の伝達関数を求めよ。

A.

$$Y(z) = \frac{1}{3}X(z) + \frac{1}{3}X(z)z^{-1} + \frac{1}{3}X(z)z^{-2}$$

$$Y(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2}}{3} X(z)$$

$$\therefore H_2(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2}}{3}$$



全体の伝達関数は?

A.

$$\begin{aligned}
 H(z) &= H_1(z)H_2(z) + H_2(z) \\
 &= \frac{1}{1 - 0.8z^{-1} + 0.6z^{-2}} \cdot \frac{1 + z^{-1} + z^{-2}}{3} + \frac{1 + z^{-1} + z^{-2}}{3} \\
 &= \frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + (1 + z^{-1} + z^{-2})(1 - 0.8z^{-1} + 0.6z^{-2})}{3(1 - 0.8z^{-1} + 0.6z^{-2})} \\
 &= \frac{2 + 1.2z^{-1} + 1.8z^{-2} - 0.2z^{-3} + 0.6z^{-4}}{3 - 2.4z^{-1} + 1.8z^{-2}}
 \end{aligned}$$

④ $H_1(z) = \frac{1}{1 - P_1 z^{-1}}$ のフィルタのインパルス応答は?

A.

$$\begin{aligned}
 H(z) &= 1 + P_1 z^{-1} + (P_1 z^{-1})^2 + \dots \\
 &= 1 + P_1 z^{-1} + P_1^2 z^{-2} + \dots \\
 \therefore h(n) &= \sum_{k=0}^{\infty} P_1^k \delta(n - k) \\
 (h(n) &= P_1^n)
 \end{aligned}$$

⑤ $H_2(z) = \frac{1}{1 - P_1 z^{-1}} + \frac{1}{1 - P_2 z^{-1}}$ のフィルタのインパルス応答は?

A.

$$\begin{aligned}
 H(z) &= (1 + P_1 z^{-1} + P_1^2 z^{-2} + \dots) + (1 + P_2 z^{-1} + P_2^2 z^{-2} + \dots) \\
 &= (1 + 1) + (P_1 + P_2)z^{-1} + (P_1^2 + P_2^2)z^{-2} + \dots \\
 \therefore h(n) &= \sum_{k=0}^{\infty} (P_1^k + P_2^k) \delta(n - k) \\
 (h(n) &= P_1^n + P_2^n)
 \end{aligned}$$

⑥ ④のフィルタのインパルス応答が収束する条件は?

A. $|P_1| < 1$

⑦ ⑤のフィルタのインパルス応答が収束する条件は?

A. $|P_1| < 1$ かつ $|P_2| < 1$

⑧ $H(z) = \frac{(z-1)(z+1)}{(z-\frac{1}{2})(z+\frac{1}{2})}$ の極と零点を複素平面上にプロットせよ。

A.

極: $z = \pm \frac{1}{2}$
零点: $z = \pm 1$

